PROGRAMA DE ESTUDIO DE MATEMÁTICAS. 2º GRADO DE SECUNDARIA

<table>
<tr><th>EJE</th><th>TEMA</th><th>APRENDIZAJE ESPERADO</th><th>ORIENTACIONES DIDÁCTICAS</th><th>ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN</th></tr>
<tr>
<td rowspan="3">NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN</td>
<td rowspan="3">Multiplicación y división</td>
<td>Resuelve problemas de multiplicación y división con fracciones y decimales positivos.</td>
<td rowspan="3">Los problemas que llevan a efectuar multiplicaciones o divisiones se ubican en el contexto de la proporcionalidad. Ahora se trata de fortalecer esos significados y extenderlos a otros contextos.
En este contenido se hace explícito un significado más de la multiplicación por una fracción: $\frac{a}{b} \times \boldsymbol{n}$ significa aplicar a $\boldsymbol{n}$ dos operadores sucesivos, (÷b) y (×a). Esta misma idea puede extenderse para la multiplicación por decimales finitos: “por 0.17” equivale a “por 17/100” y esto a su vez a “por 17, entre 100”. También se define la división entre una fracción como la multiplicación por la fracción recíproca: $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$
Para la adquisición de este conocimiento resultan adecuadas las situaciones de escala, en los cuales se pueden plantear diversos problemas, como los siguientes:
• Una fotografía se reduce con una escala de ½ y enseguida se reduce nuevamente con una escala de 1/4. ¿Cuál es la reducción total que sufre la fotografía original?
• Una fotografía se amplía con una escala de 3 a 1 y enseguida se reduce con una escala de 1/3. ¿Cuál es el efecto final en relación con la fotografía original?
Los alumnos deben concluir que dos factores que multiplican, se pueden sustituir por uno solo que es el producto de ambos y que el factor de proporcionalidad que deshace, o revierte la acción de otro, se le llama factor inverso.
Los factores inversos de ×2 y de ×5 son respectivamente ÷2 y ÷5 (o ×1/2 y ×1/5). Los alumnos deberán comprobar que, en este caso también, el factor que sustituye a los dos es el producto de ambos: ÷10 o ×1/10.
Después de estudiar los casos de dos constantes de proporcionalidad las cuales ambas multiplican o ambas dividen, se puede ver el caso en el que una constante divide y la otra multiplica. Este caso permitirá estudiar la constante fraccionaria.
Una importante aplicación de las nociones de aplicación sucesiva de factores de proporcionalidad y de factores inversos, se da en la división de fracciones. Se puede partir de un problema de proporcionalidad como el siguiente:
• La figura A’ resulta de aplicar el factor de proporcionalidad 3/4 a una figura A. ¿Qué factor permite obtener la figura A a partir de A’?</td>
<td rowspan="3">Un aspecto importante de las actividades que el maestro plantea para el aprendizaje de los alumnos es la evaluación. El propósito de la evaluación en el aula es no sólo asentar una calificación para cada alumno, sino también recabar información para conocer por qué los alumnos se equivocan o tienen fallas y, una vez identificadas las causas, sea posible ayudarlos a superarlas. Esto permitirá mejorar el desempeño de los alumnos y del propio docente, así como la calidad de las actividades que se realizan. La evaluación, por tanto, debe tener un enfoque formativo y se realiza durante el desarrollo de las secuencias didácticas, no sólo al final, como suele pensarse.
Desde este enfoque, la evaluación debe centrarse en los procesos de aprendizaje para dar seguimiento al progreso de cada uno de los alumnos; un objetivo importante es que ellos asuman la responsabilidad de reflexionar sobre sus propios avances y ofrecerles acompañamiento para establecer las estrategias de mejora o fortalecimiento.
La evaluación es un proceso que se lleva a cabo de manera sistemática, los momentos de la evaluación se determinan con base en el desarrollo del programa y deben considerar tres grandes fases: inicio, se parte de la planeación del curso, en la que el maestro define los aprendizajes esperados; el proceso, que genera evaluaciones formativas, y el final, donde se aplican evaluaciones sumativas en las que se puede reflexionar en torno a los resultados.
Existen diversos instrumentos que son útiles para recabar la información, éstos pueden ser informales, semiformales y formales: a) informales, como la observación, registros anecdóticos, diarios de clase, diarios de trabajo, las preguntas orales; b) semiformales, la</td>
</tr>
<tr><td>Resuelve problemas de multiplicación y división con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.</td></tr>
<tr><td>Resuelve problemas de potencias con exponente entero y aproxima raíces cuadradas.</td></tr>
</table>

EJE	TEMA	APRENDIZAJE ESPERADO	ORIENTACIONES DIDÁCTICAS	ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	**Multiplicación y división**		Para resolver este problema se puede descomponer el factor ×3/4 en la aplicación de dos factores sucesivos: ×3/4 = (×3)(÷4) Para revertir esas transformaciones, se aplican las inversas, una por una: ×4 y ÷3. Dicha composición equivale al factor fraccionario ×4/3. Por lo tanto, el factor inverso de ×3/4 es ×4/3. La noción de “factor de proporcionalidad inverso” no debe confundirse con la noción de “proporcionalidad inversa”. Dado un factor de proporcionalidad directa, que asocia los elementos de un conjunto B a los elementos de un conjunto A, lo que el factor inverso hace es asociar a los elementos de B, los de A. También es un factor de proporcionalidad directa. En cambio, la proporcionalidad inversa es otro tipo de relación. Como, por otro lado, se sabe que la operación que “deshace” lo que hace una multiplicación, es una división, también puede afirmarse que el factor inverso de ×3/4 es ÷3/4 De las dos afirmaciones anteriores se desprende que ÷3/4 = ×4/3. Es decir, dividir entre una fracción equivale a multiplicar por la fracción inversa. Para plantear problemas que impliquen multiplicar o dividir fracciones, puede buscarse una relación proporcional entre dos magnitudes y decidir cuál de estos términos se va a calcular. Algunos ejemplos de problemas que se pueden plantear son: • Tres niños tienen 2 ¾ L de jugo de naranja cada uno. ¿Cuántos litros tienen en total? • Una lancha recorre 38 1/2 km en 4 horas. ¿Qué distancia puede recorrer en tres horas? Los casos más complejos son aquellos donde ambos términos de la multiplicación o de la división son fracciones, como en el siguiente caso: • Las 2/5 partes de un terreno se usaron para construcción y el resto para jardín; 2/3 del jardín tiene pasto y el resto otras plantas. ¿Qué parte del terreno completo tiene pasto? Es importante también que los alumnos vean la relación que existe entre la multiplicación y la división, tanto por la vía de los problemas como por medio de las operaciones. Para multiplicar números decimales finitos puede pedirse a los alumnos que elaboren una tabla que represente una situación de proporcionalidad directa. Por ejemplo: • Una lancha recorre 7.20 metros por segundo. ¿Qué distancia recorrerá en 2 segundos? ¿Y en 1.9, 1.8, 1.7,…, 1.1 segundos? ¿Y en 0.9, 0.8, 0.7,…, 0.1 segundos? ¿Por qué unos productos son mayores y otros menores que 7.20?	realización de problemas y ejercicios en clase, tareas y trabajos, la explicación de las soluciones y la evaluación de portafolios, y c) formales, exámenes, rúbricas, lista de verificación o cotejo y escalas. Con el fin de tener más elementos para describir el avance de los alumnos en matemáticas, a continuación se establecen algunas líneas de progreso que definen el punto inicial y la meta a la que se puede aspirar en el desempeño de los alumnos. a) De resolver problemas con ayuda a resolver de manera autónoma. La mayoría de los profesores de nivel básico estará de acuerdo en que, cuando los alumnos resuelven problemas, hay una tendencia muy fuerte a recurrir al maestro, incluso en varias ocasiones, para saber si el procedimiento que se siguió es correcto o incorrecto. Resolver de manera autónoma implica que los alumnos se hagan cargo del proceso de principio a fin, considerando que el fin no es sólo encontrar un resultado, sino comprobar que es correcto. b) De la justificación pragmática al uso de propiedades. Con base en la idea de que los conocimientos y las habilidades se construyen mediante la interacción entre los alumnos con el objeto de conocimiento y con el maestro, un ingrediente importante en este proceso es la explicación de los procedimientos y resultados que se encuentran; de manera que otra línea de progreso que se puede apreciar con cierta claridad es pasar de la explicación pragmática “porque se ve” o “porque así me salió” a los argumentos apoyados en propiedades conocidas. c) De los procedimientos informales a los procedimientos expertos. Un principio fundamental que subyace en la resolución de problemas tiene que ver con el hecho de que los alumnos utilicen sus conocimientos previos, con la posibilidad de que éstos evolucionen poco a

EJE	TEMA	APRENDIZAJE ESPERADO	ORIENTACIONES DIDÁCTICAS	ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	**Multiplicación y división**		• El hierro pesa 0.88 veces lo que pesa el cobre. Una pieza de cobre pesa 7.20 gramos. ¿Cuánto pesa una pieza de hierro del mismo tamaño? ¿Por qué el resultado es menor que 7.20 gramos? Finalmente puede explicarse la técnica para resolver problemas en los que se tenga que multiplicar dos números decimales finitos. *Problemas de multiplicación y división con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos* En primer grado, los alumnos aprendieron a hacer sumas y restas con números con signo (enteros, fracciones y decimales), en este grado se define la multiplicación de un número natural por un entero como una suma repetida, en la que el número natural indica el número de sumandos: $(-3) + (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = 5 \times (-3) = (-3) \times 5 = (-15)$. Es necesario observar que se está utilizando indistintamente la convención de que, en una multiplicación, cuando alguno de los factores es un número natural, ese factor indica el número de veces que aparece como sumando el otro factor. Por ejemplo 3×5 indica “tres veces cinco”, lo que es igual a $5 + 5 + 5$, pero también indica “tres, cinco veces”, lo que es igual a $3 + 3 + 3+ 3 + 3$. Esto permitirá expresar el resultado de multiplicaciones como $2 \times (-4) = -4 + (-4)$ y como $(-8) \times 3 = -8 + (-8) + (-8)$. Aunque no existe un modelo que permita justificar la regla de los signos de la multiplicación, hay algunos que ayudan a darle sentido a dicha regla. Uno de ellos consiste en encontrar regularidades en sucesiones de multiplicaciones para que los alumnos formulen hipótesis sobre los resultados faltantes a partir de la búsqueda de uniformidades. Una primera regularidad se observa con multiplicaciones que los alumnos pueden resolver a partir de las sumas repetidas. 7×4 7×3 7×2 7×1 7×0 $7 \times (-1)$ $7 \times (-2)$ $7 \times (-3)$ $7 \times (-4)$ 28 21 14 7 0 (-7) … Es importante que los alumnos observen la regularidad en los resultados (cada resultado disminuye en 7 con respecto al resultado anterior). Posteriormente se presentan sucesiones de multiplicaciones en las que se llega a la forma $(-3) \times 5$ 4×7 3×7 2×7 1×7 0×7 $(-1) \times 7$ $(-2) \times 7$ $(-3) \times 7$ $(-4) \times 7$ 28 21 14 7 0 (-7) …	poco ante la necesidad de resolver problemas cada vez más complejos. Necesariamente, al iniciarse en el estudio de un tema o de un nuevo tipo de problemas, los alumnos usan procedimientos informales, y a partir de ese punto es tarea del maestro que dichos procedimientos evolucionen hacia otros cada vez más eficaces. Cabe aclarar que el carácter de informal o experto de un procedimiento depende del problema que se trata de resolver; por ejemplo, para un problema de tipo multiplicativo la suma es un procedimiento “no experto”, pero esta misma operación es un procedimiento experto para un problema de tipo aditivo. Los cambios en la relación personal con las matemáticas, de pasiva, poco significativa y atemorizante a creativa, significativa y de confianza en la propia capacidad, no se dan de un día para otro. Requieren de un trabajo constante por parte del maestro y los alumnos; la evaluación formativa es una herramienta que puede contribuir a este cambio, ya que genera oportunidades para que los alumnos se vuelvan aprendices activos y proporciona información al maestro que le permite mejorar su propia labor docente.

EJE	TEMA	APRENDIZAJE ESPERADO	ORIENTACIONES DIDÁCTICAS	ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	**Multiplicación y división**		Con estas sucesiones se determina que el resultado de multiplicar un número positivo por uno negativo, o uno negativo por uno positivo, el resultado es un número negativo. Con otras sucesiones se introduce la multiplicación entre dos números negativos. Se espera que los alumnos concluyan que el resultado debe ser positivo para que se mantenga la regularidad entre los resultados de las multiplicaciones. 2 × (–6) 1 × (–6) 0 × (–6) (–1) × (–6) (–2) × (–6) (–3) × (–6) –12 –6 0 Con el análisis de este tipo de uniformidades los alumnos obtendrán la regla de los signos para la multiplicación de números enteros: • Al multiplicar dos números del mismo signo el resultado es un número positivo. • Al multiplicar dos números de distinto signo el resultado es un número negativo. • Generalización de las reglas para multiplicar y dividir números con signo y jerarquía de operaciones La regla de los signos para multiplicar se extiende a las operaciones con fracciones y decimales, al hacerlo se puede aprovechar este contenido para que los alumnos representen números de distintas maneras (un entero se puede representar como fracción o como número decimal, y una fracción se puede representar con un número decimal y viceversa). La importancia de este análisis es que los alumnos seleccionen, en cada caso, cuál es la representación con la que pueden efectuar cálculos de forma más eficiente, además, esto permitirá trabajar con las divisiones entre distintos tipos de números. La división se obtiene a partir de generalizar los resultados que ya se conocen para los números positivos y la regla de los signos para la multiplicación: hay que partir de que la división es la operación inversa de la multiplicación. (–8) ÷ (–5) = (–8) ÷ (–5/1) = (–8) × (–1/5) = 8/5 (–8/3) ÷ 2/7 = (–8/3) × 7/2 = –56/6 =–28/3 La jerarquía de las operaciones se extiende al uso de números con signo, aunque no todavía al uso de la operación potencia o raíz cuadrada.	

EJE	TEMA	APRENDIZAJE ESPERADO	ORIENTACIONES DIDÁCTICAS	ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	**Multiplicación y división**		*Problemas de potencias con exponente entero y aproximación de raíces cuadradas* En este contenido los alumnos elaborarán, utilizarán y justificarán procedimientos para calcular productos y cocientes de potencias enteras de la misma base y potencias de una potencia. Interpretarán el significado de obtener raíces cuadradas y las calcularán por medio de aproximaciones. La introducción a las operaciones potencia y raíz cuadrada puede hacerse a través de situaciones contextualizadas en las que cobre sentido utilizarlas (algunas sugerencias de situaciones contextualizadas pueden ser epidemias, crecimiento o decrecimiento poblacional, cálculo de distancias o de áreas, entre otras). La comprensión del significado de estas operaciones y la habilidad para realizar cálculos con ellas son importantes por los vínculos que se pueden establecer con otros temas, como la multiplicación, el teorema de Pitágoras o las ecuaciones de segundo grado. Los alumnos deben comprender que el cálculo de la raíz cuadrada de un número que no es cuadrado perfecto, constituye una aproximación. Se puede recurrir a contextos geométricos para discutir este hecho; por ejemplo, cabe preguntar cuál es la medida del lado de un cuadrado de 40 cm^2 de área. Algunos recursos de aproximación a la raíz cuadrada de números naturales y decimales mediante algoritmos son, por ejemplo, el uso de aproximaciones sucesivas y de ensayo y error. Es conveniente que los alumnos comparen las soluciones alcanzadas con los resultados que obtengan al emplear la calculadora. Es menester aclarar que, si bien un número positivo tiene dos raíces cuadradas (por ejemplo, las raíces cuadradas de 9 son 3 y −3), el símbolo de la raíz cuadrada siempre toma el valor positivo. Así $\sqrt{9} = 3$. Si se quiere obtener la raíz cuadrada negativa de 9 es necesario colocar el signo menos: $-\sqrt{9} = -3$. Esto puede comprobarse mediante el uso de la tecla de la raíz cuadrada en una calculadora. Además de la realización directa de cálculos, se pueden proponer problemas como los siguientes: • Comparen, sin realizar las operaciones correspondientes: 0.5^2 y 0.05^2; la raíz cuadrada de 0.09 y 0.0625. • Analicen cuándo el cuadrado, o la raíz cuadrada, de un número es mayor que ese número y cuándo es menor. • Analicen casos como los siguientes: cualquier número elevado a la potencia 1; el de cero elevado a cualquier potencia; el de 1 elevado a cualquier potencia. Expresen los resultados como reglas generales	

EJE	TEMA	APRENDIZAJE ESPERADO	ORIENTACIONES DIDÁCTICAS	ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	**Multiplicación y división**		Tanto para el estudio de potencias de una misma base, como para la potencia de una potencia, pueden plantearse cálculos con números pequeños que los alumnos puedan resolver mentalmente y en los cuales puedan observar regularidades. Por ejemplo: $2^1 \times 2^5 = 2 \times 32 = 64 = 2^6$ $2^2 \times 2^3 = 4 \times 8 = 32 = 2^5$ $2^4 \times 2^5 = 16 \times 32 = 512 = 2^9$ Posteriormente se puede pedir que desarrollen las potencias. $3^3 \times 3^2 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$ $7^4 \times 7^3 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^7$ De este modo se hace la siguiente generalización: $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (con m y n enteros positivos). A partir de esta regla se define el exponente cero. Es necesario explicar que se da esta definición para mantener la consistencia de la regla. Para ello puede usarse el siguiente razonamiento: $a^0 \times a^6 = a^{0+6} = a^6$ Se observa que a^6 se multiplica por otro número (a^0) y el resultado vuelve a ser a^6, entonces $a^0 = 1$. En el caso de las potencias de potencia se procede de forma similar para obtener la regla $(a^b)^c = a^{bc}$ *Cocientes de potencias* Una forma de abordar el cociente de potencias de la misma base y llegar al exponente negativo es la siguiente: • Generalizar la regla para simplificar expresiones de la forma a^m/a^n, a partir de casos particulares. • Con estos ejemplos se establecen las generalizaciones a) $a^b/a^c = a^{b-c}$ (cuando a y b son números enteros positivos y $b > c$) b) $a^b/a^c = 1/a^{b-c}$ (cuando a y b son números enteros positivos y $b < c$) Para unificar estas dos reglas se define el significado de elevar un número natural a una potencia con exponente negativo: $a^{-m} = 1/a^m$ Esta definición permite generalizar las reglas para todas las potencias con exponente entero: $a^m \times a^n = a^{m+n}$ $a^b/a^c = a^{b-c}$	

<table>
<tr><th>EJE</th><th>TEMA</th><th>APRENDIZAJE ESPERADO</th><th>ORIENTACIONES DIDÁCTICAS</th><th>ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN</th></tr>
<tr><td rowspan="2">NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN</td><td>Multiplicación y división</td><td></td><td>Un uso natural de las potencias con exponente negativo es efectuar cálculos en los que intervienen cantidades muy grandes o muy pequeñas representadas por medio de la notación científica.
Se sugiere generalizar la idea de que la potencia dos y la raíz cuadrada para números positivos son operaciones inversas, puesto que si un número positivo se eleva al cuadrado y al resultado se le extrae la raíz n, dicho número no se altera. Es importante indicar que no ocurre lo mismo para los números negativos, por ejemplo, si un número negativo se eleva a la potencia 2 y al resultado se le extrae la raíz cuadrada, se obtiene un número positivo, con lo que no se regresa al número original.
Se puede vincular este contenido con las relaciones funcionales al producir el gráfico aproximado de funciones lineales y cuadráticas y el de $\sqrt{x}$, a partir de algunos valores y las propiedades de la potenciación.</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>Proporcionalidad</td><td>Resuelve problemas de proporcionalidad directa e inversa y de reparto proporcional.</td><td>La proporcionalidad inversa.
El principal interés de que los alumnos resuelvan problemas de proporcionalidad inversa es que conozcan tipos de variación distintos a la proporcionalidad directa. Se recomienda trabajar con tablas de variación, para que los alumnos puedan analizar cómo varían los valores de un conjunto cuando los del otro varían. Se recomienda también que se alternen los problemas de proporcionalidad directa e inversa, y también aquellos con constante aditiva. De esta manera los alumnos tendrán que analizar cada vez de qué tipo de variación se trata antes de aplicar técnicas de resolución y podrán hacer comparaciones entre un tipo y otro, lo que ayudará a hacer explícitas algunas de sus características (por ejemplo, en la inversa los productos de cantidades que se corresponden son constantes, mientras que en la directa, son los cocientes). Un poco más adelante, en el tema de variación los alumnos volverán sobre estos tipos de relación.

Los problemas de reparto proporcional consisten en repartir una cantidad en partes que guardan entre sí ciertas razones. Un ejemplo típico de estos problemas es el siguiente:
Tres amigos compran entre los tres un boleto de lotería que cuesta $35.00. Uno de ellos pone $12.00, el otro $8.00 y el tercero $15.00? Resulta que se ganan un premio de $1,000.00 Quieren repartirse el premio según lo que gastó cada uno. ¿Cómo pueden repartírselo?
La expresión “repartirse el premio según lo que gastó cada uno” es imprecisa, pero puede dar lugar a que los alumnos reflexionen que una manera de interpretarla es la siguiente: que las cantidades que les tocan al repartirse el premio sean proporcionales a las cantidades que invirtieron para comprar el boleto, de manera que si uno pagó dos veces más que otro (o n veces), también reciba un premio del doble que el otro (o n veces).</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>EJE</th><th>TEMA</th><th>APRENDIZAJE ESPERADO</th><th>ORIENTACIONES DIDÁCTICAS</th><th>ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN</th></tr>
<tr><td rowspan="2">NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN</td><td>Proporcionalidad</td><td></td><td>
Se trata entonces de encontrar los valores faltantes en una relación proporcional. Cuando el reparto se hace de esta manera se dice que se hizo un reparto proporcional.
<table>
<tr><th></th><th>Pago del boleto</th><th>Premio</th></tr>
<tr><td>Amigo 1</td><td>12</td><td>X</td></tr>
<tr><td>Amigo 2</td><td>8</td><td>Y</td></tr>
<tr><td>Amigo 3</td><td>15</td><td>Z</td></tr>
<tr><td>Total</td><td>35</td><td>1000</td></tr>
</table>
Otro contexto en el que suelen tener lugar repartos proporcionales es el de la relación entre los tiempos trabajados por varias personas y las partes de la ganancia obtenida que tocan a cada una. Finalmente, se pueden plantear también problemas de reparto proporcional sin contexto, por ejemplo:
“Dividir 1000 en 3 partes que guarden entre sí la razón 2:3:5” (ver tabla).
Nuevamente, la resolución consiste en encontrar los valores faltantes en una relación de proporcionalidad.
<table>
<tr><td>Parte 1</td><td>2</td><td>X</td></tr>
<tr><td>Parte 2</td><td>3</td><td>Y</td></tr>
<tr><td>Parte 3</td><td>5</td><td>Z</td></tr>
<tr><td>Total</td><td>10</td><td>1000</td></tr>
</table>
</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>Ecuaciones</td><td>Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.</td><td>
Antecedentes indispensables
El estudio de las ecuaciones continúa en 2º de secundaria con la formulación y resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas (sistemas 2x2), a partir del análisis de problemas planteados en diversos contextos. Los antecedentes indispensables para abordar este contenido forman parte del programa de primer grado y son: 1) comprensión de la relación entre la formulación y solución de una ecuación lineal y la resolución de un problema; 2) destreza en la resolución algebraica de ecuaciones lineales; 3) destreza para graficar ecuaciones de rectas (y=ax+b) en el plano cartesiano.
Nuevos conceptos
Las ecuaciones que forman los sistemas que se estudian en este grado involucran dos incógnitas ((y=ax+b)¦(y=cx+d)) lo cual implica avanzar en el concepto de igualdad, en el concepto y representación de la incógnita, y en la noción de solución. Para que este avance tenga lugar, es importante:
Hacer énfasis en que cada uno de los símbolos literales x y y representa la misma cantidad desconocida en ambas ecuaciones, es decir que el valor de x (y por su parte, el valor de y) es el mismo en la primera y en la segunda ecuación. Es frecuente que los alumnos de secundaria piensen que una misma literal puede representar dos valores distintos en la misma ecuación o sistema, lo cual constituye un obstáculo para el aprendizaje de los métodos algebraicos de resolución. Dicho obstáculo
</td></tr>
</table>

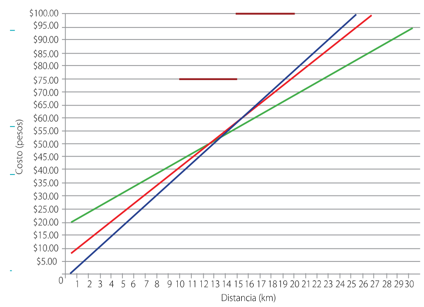
<table>
<tr><th>EJE</th><th>TEMA</th><th>APRENDIZAJE ESPERADO</th><th>ORIENTACIONES DIDÁCTICAS</th><th>ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN</th></tr>
<tr><td>NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN</td><td>Ecuaciones</td><td></td><td>puede ser evitado o remontado si se aborda este contenido, partiendo del planteamiento de una situación problemática que involucre dos cantidades desconocidas relacionadas entre sí. Al tener presentes los referentes respectivos en el contexto del problema, es poco probable que los alumnos incurran en esa confusión.
• Hacer notar a los alumnos que cada incógnita del sistema puede estar representada tanto por una literal (y) como por una expresión (ax+b) o por un número (como en y=b, cuando el término en x es cero). Esta característica de las múltiples representaciones de las incógnitas en el sistema es la base para la comprensión y dominio de los métodos de resolución por sustitución y por igualación.
• Señalar la diferencia entre la solución de una ecuación lineal con una incógnita y la solución de un sistema 2x2. Pedir a los alumnos que resuelvan problemas que puedan modelarse con sistemas 2x2, abarcando todos los casos en cuanto a tipos de solución posibles (dos valores diferentes, un mismo valor para ambas incógnitas, sin solución, un número infinito de valores). La representación gráfica de las ecuaciones del sistema es un contexto adecuado para analizar los tipos de solución de éste.
• Señalar la diferencia entre el ‘proceso de solución’ con alguno de los métodos que conocen los alumnos y la ‘solución del sistema’ (valor o valores numéricos que satisfacen las dos igualdades.

Nuevos procedimientos
Además del avance en la comprensión de conceptos, se busca que los alumnos aprendan a resolver los sistemas 2x2, mediante distintos métodos, los algebraicos (específicamente los de sustitución e igualación) y el gráfico, permitiendo además, y propiciando en algunos casos, el uso de estrategias intuitivas, como pueden ser el ensayo y refinamiento o la inspección de los elementos del sistema. Que los alumnos puedan llegar a elegir uno de los métodos aprendidos, de acuerdo a las características del sistema que se va a resolver, es una meta deseable en este nivel escolar.
Las transformaciones algebraicas son una de las herramientas para la resolución de los sistemas 2x2 y en el segundo grado, los alumnos transitan a un nivel de manipulación simbólica en el que además de las reglas básicas aprendidas en primero, se requiere de:
• Hacer sustituciones algebraicas (sustituir una letra, o variable, por una expresión que involucra otra letra o variable).
• Realizar operaciones de suma, resta y multiplicación entre expresiones algebraicas.</td><td></td></tr>
</table>

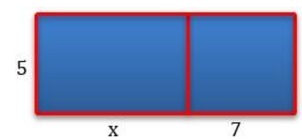
EJE	TEMA	APRENDIZAJE ESPERADO	ORIENTACIONES DIDÁCTICAS	ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	Ecuaciones		• Simplificar expresiones algebraicas que contienen cadenas de operaciones y paréntesis, así como simplificar expresiones racionales. En ocasiones, las simplificaciones pueden requerir de realizar factorizaciones. El aprendizaje de los métodos clásicos de igualación y sustitución pueden ser un contexto propicio para motivar el avance de los alumnos en el desarrollo de estas destrezas de manipulación simbólica. Para el paso de los métodos intuitivos a los métodos clásicos, es recomendable iniciar con el método gráfico (analizar los casos de intersección de las rectas correspondientes a las ecuaciones del sistema) ya que éste no requiere de hacer transformaciones algebraicas de las ecuaciones. Después, se puede introducir a los alumnos al aprendizaje del método de igualación, lo cual es un paso natural, pues hay una relación clara de este método con el gráfico. El método de sustitución requiere de realizar operaciones entre expresiones y de manejar distintas representaciones de las incógnitas, por lo que es recomendable abordarlo cuando los estudiantes cuenten con suficiente destreza en la transformación de expresiones algebraicas. En cuanto a la noción de conjunto solución de un sistema de ecuaciones, es conveniente analizar los casos de solución única, de un conjunto infinito de soluciones y de la no existencia de solución, el análisis de las condiciones para la existencia de una solución única, a partir de una coordinación entre los tratamientos gráfico y algebraico. *Sistemas y resolución de problemas* Como en el caso de las ecuaciones lineales con una incógnita, aquí también se integran dos procedimientos centrales, el análisis y modelación de situaciones problemáticas y la resolución algebraica de sistemas 2x2. Para que tal integración tenga lugar en el aprendizaje, se propone lo siguiente: • Introducir la noción y simbolización algebraica de ‘sistema 2 x 2’ por medio del planteamiento de un problema nuevo para los estudiantes, de manera que el análisis del enunciado les permita, con ayuda del maestro: 1) identificar en el enunciado tanto las cantidades conocidas como las cantidades desconocidas; y 2) construir un sistema 2x2 que modele o represente las relaciones entre dichas cantidades. Este procedimiento lleva a la necesidad de resolver dicho sistema y por lo tanto, a la necesidad de conocer los métodos de su resolución. • Iniciar a los estudiantes en la resolución algebraica de sistemas 2x2, mediante estrategias intuitivas como el ensayo y refinamiento o la inspección de los elementos del sistema, en casos sencillos (por ejemplo, cuando una de las ecuaciones es de la forma y=b), para después pasar al aprendizaje de los métodos de igualación, sustitución y gráfico. Es	

EJE	TEMA	APRENDIZAJE ESPERADO	ORIENTACIONES DIDÁCTICAS	ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	**Ecuaciones**		importante que los alumnos completen el proceso, comprobando el resultado obtenido por medio de sustitución numérica en cada ecuación del sistema. • Además de modelar diversas situaciones con sistema 2x2, pedir a los estudiantes que resuelvan éstos utilizando alguno de los métodos aprendidos, para finalmente remitir la solución del sistema a la situación modelada. Es importante que las situaciones problemáticas y los sistemas derivados de su análisis, se presenten a los estudiantes de manera gradual, desde casos muy sencillos hasta casos complejos que requieran, por ejemplo, de dividir el problema en problemas más simples. • Deben considerarse también problemas que permitan la consolidación de las técnicas en la resolución de problemas en contextos diversos (matemáticos y extra-matemáticos). *Uso de TIC* En la siguiente unidad interactiva, los alumnos podrán explorar el método gráfico para la solución de un sistema de ecuaciones y además cambiar el valor de las variables para analizar si el sistema tiene una solución, ninguna o infinitas soluciones. El apartado en el que se asignan valores a las variables, se puede utilizar para resolver algunos problemas planteados en clase. *http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/TS_2m_b05_t03_s01_descartes/index.html* Otra opción, pero ahora utilizando la actividad “Sistema de dos ecuaciones” del libro: Matemáticas con la hoja electrónica de cálculo EMAT, México, SEP, 2000, pp. 124-126, que se usa para resolver sistemas de ecuaciones en el cual se va llevando al alumno paso a paso para analizar los diferentes casos que se presentan al resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.	

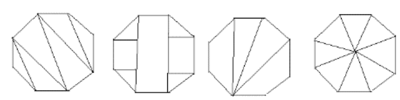
EJE	TEMA	APRENDIZAJE ESPERADO	ORIENTACIONES DIDÁCTICAS	ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	**Funciones**	Analiza y compara situaciones de variación lineal y proporcionalidad inversa, a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con este tipo de variación, incluyendo fenómenos de la Física y otros contextos.	*Antecedentes* En primer grado, se estudian situaciones que permiten identificar las variables de un fenómeno que se puede modelar mediante una gráfica cartesiana, así como estudiar su dependencia y variación de manera global y cualitativa, identificando características como valores máximos y mínimos e intervalos de crecimiento. En segundo grado se continúa el estudio de fenómenos de variación mediante diferentes representaciones matemáticas y a través de casos específicos se hace una introducción intuitiva de la noción de razón o tasa de cambio (la medida en que una variable se modifica con relación a otra; magnitud que compara dos variables a partir de sus unidades de cambio) como una herramienta para comparar tipos de variación. A continuación, se presentan algunos de los principales aspectos que se abordan en este grado, así como tipos de problemas adecuados para hacerlo. *Comparación de distintos tipos de variación, variación lineal y la razón de cambio* Al igual que en 1er grado, en 2º se utilizan las gráficas cartesianas para estudiar la dependencia y la variación de manera global y cualitativa. Se plantean preguntas que llevan a determinar los periodos de crecimiento y decrecimiento, periodos de crecimiento mayor, así como a anticipar valores que no pertenecen al intervalo representado en la gráfica (extrapolaciones). Es conveniente proponer problemas que correspondan a gráficas que representan situaciones de variación lineal y no lineal, con el fin de compararlas y hacer notar las propiedades que caracterizan a la primera. Ejemplos de estos tipos de variación son la producción de una fábrica a lo largo de los meses de un año o la variación de una cierta población. Se pueden presentar dos gráficas (una lineal y la otra no) que representen respectivamente la producción diaria de bicicletas y de patinetas de una fábrica durante un año, y plantear a los alumnos las siguientes preguntas: ¿Cuál fue el trimestre en el que hubo mayor incremento de producción de bicicletas y patinetas?; de los periodos en los que la producción creció, ¿cuál fue el periodo en el que el crecimiento fue menor?; ¿cuál de los dos artículos (bicicletas o patinetas) está teniendo una mayor velocidad de crecimiento? También se puede pedir a los alumnos que construyan gráficas aproximadas de situaciones descritas verbalmente y que correspondan a una variación lineal, haciéndoles preguntas acerca de aspectos como crecimiento y decrecimiento; valores máximos y valores mínimos en intervalos determinados; intervalos donde la función es positiva o negativa.	

EJE	TEMA	APRENDIZAJE ESPERADO	ORIENTACIONES DIDÁCTICAS	ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	**Funciones**		En cuanto a la razón de cambio, no se pretende que los alumnos comprendan el concepto formal, sino que se familiaricen con casos específicos como el de la velocidad, que es la razón de cambio de la distancia respecto al tiempo (es decir, número de unidades de distancia por cada unidad de tiempo, por ejemplo 30 Km por hora). Otros casos particulares interesantes son: la tasa de crecimiento de una población (por ejemplo, número de nacimientos por año) y la aceleración (razón de cambio de la velocidad respecto al tiempo). *Pendiente e inclinación de la recta* En 1er grado, se analizan gráficas de variaciones lineales y afines y se les caracteriza como rectas que pasan o no por el origen de coordenadas. En 2º grado se profundiza en el estudio de estas variaciones y de sus gráficas, haciendo notar a los alumnos que su pendiente o inclinación (razón de cambio) es constante. La siguiente es una situación de variación que puede resultar adecuada. <u>Ejemplo</u> En algunas ciudades, el servicio de taxi es proporcionado por compañías que cobran distintas tarifas. La compañía A cobra \$8.00 por servicio más \$3.50 por km. ¿De qué color es la gráfica correspondiente a la compañía A? ______________________ La relación entre distancia y costo de la compañía B es c = 2.5d + 20. ¿De qué color es su gráfica? _______________________  ¿Cuál es la expresión algebraica de la distancia y el costo que corresponde a la compañía C? _______________________________ Es importante relacionar la pendiente de la recta con la noción de razón de cambio presentada anteriormente en ejemplos particulares, así como reconocerla en la expresión algebraica y en el dibujo de la recta (como medida de la inclinación de la misma). También se debe interpretar el	

EJE	TEMA	APRENDIZAJE ESPERADO	ORIENTACIONES DIDÁCTICAS	ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	**Funciones**		significado de la pendiente en el contexto de situaciones de variación lineal modeladas. Finalmente, es necesario analizar la relación entre rectas paralelas y los parámetros a y b, en $y = ax + b$. *La proporcionalidad inversa* A partir de la comparación de tipos de variación, se introduce la necesidad de estudiar más a fondo la variación que corresponde a la proporcionalidad inversa (que ya se estudió desde el punto de vista de sus propiedades aritméticas en este mismo grado); específicamente, se obtiene su expresión algebraica (y= a/x) y se estudia su gráfica (hipérbola), analizando aspectos como intervalos de crecimiento, de decrecimiento; valores máximos y mínimos, en intervalos determinados; la indeterminación cuando el denominador es igual a cero; convergencia; velocidad de crecimiento y de decrecimiento. *Uso de TIC* <u>Diversidad de problemas y El tiro del arco</u> Una variedad de problemas pueden ser encontrados en la siguiente página, en la que los alumnos además de elegir alguna opción que consideren la correcta, pueden observar la gráfica que resulta. *http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/TS_2m_b02_t06_s01_descartes/index.html* En la siguiente página, los alumnos jugaran con un arco cambiando los parámetros de m y de b para dar en el blanco. Es conveniente que se analicen tanto los "tiros" correctos como los incorrectos para poder llegar a conclusiones acertadas. *http://arquimedes.matem.unam.mx/Vinculos/Secundaria/2_segundo/2_Matematicas/2m_b03_t07_s01_descartes/index.html*	
	Patrones, configuraciones geométricas y expresiones equivalentes	Verifica algebraicamente la equivalencia de expresiones de primer grado, formuladas a partir de sucesiones.	*Hacia la equivalencia de expresiones algebraicas* En 1º de secundaria, los alumnos obtienen expresiones algebraicas de primer grado que representan la regla general de una sucesión y la utilizan para obtener más información sobre la sucesión. En el 2º grado, adicionalmente, se pide que verifiquen la equivalencia de expresiones, cuando éstas representan la regla de una misma sucesión. Para este fin, es recomendable recuperar ejemplos tratados en el primer grado (o parecidos) y explicar la equivalencia con base en el hecho de que las distintas expresiones algebraicas representan la misma sucesión. Además, en este grado se profundiza en la noción de equivalencia de expresiones, pidiendo a los alumnos que representen algebraicamente propiedades de figuras geométricas (como el perímetro o el área) y verifiquen la equivalencia de	

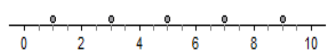
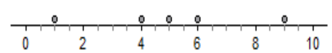
EJE	TEMA	APRENDIZAJE ESPERADO	ORIENTACIONES DIDÁCTICAS	ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	**Patrones, configuraciones geométricas y expresiones equivalentes**	Formula expresiones de primer grado para representar propiedades (perímetros y áreas) de figuras geométricas y verifica equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geométricamente (análisis de las figuras).	expresiones, realizando las transformaciones algebraicas de una de ellas para obtener la otra. *Figuras geométricas y equivalencia de expresiones* El cálculo del área y perímetros de figuras, usando literales para representar las dimensiones, permite relacionar la representación geométrica con la algebraica, proporcionando un terreno fértil para ensayar, conjeturar y validar diferentes representaciones algebraicas de una misma situación y establecer su equivalencia. Además de establecer la equivalencia de las expresiones algebraicas a partir del hecho de que corresponden al perímetro o área de la misma figura, otra forma de validación importante consiste en evaluar las expresiones para distintos valores de las dimensiones y verificar la igualdad de los resultados obtenidos. También se busca que, en este grado, se haga la verificación algebraica, transformando una expresión en la otra. En la primaria se calcula el perímetro de polígonos y el área de triángulos y cuadriláteros mediante diversos procedimientos, entre los que se incluye la fórmula expresada verbalmente. En este 2º de secundaria, es necesario plantear preguntas que apunten hacia la generalización de estos procedimientos mediante la introducción de literales para representar las dimensiones de las figuras, considerando, en particular, la obtención de las fórmulas para el cálculo del perímetro de polígonos usando literales. <u>Ejemplo</u> ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el área de la siguiente figura?  Algunas de las expresiones algebraicas que los alumnos pueden obtener para este problema son: 5(x + 7), 5x + 5×7, 5x + 35. En este punto se puede fortalecer la noción de equivalencia de expresiones, recurriendo al hecho de que tienen el mismo referente (el perímetro de la figura) y también realizando transformaciones algebraicas (por ejemplo: $5(x+7) = 5x + 5 \times 7 = 5x + 35$).	

EJE	TEMA	APRENDIZAJE ESPERADO	ORIENTACIONES DIDÁCTICAS	ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN
FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	**Figuras y cuerpos geométricos**	Deduce y usa las relaciones entre los ángulos de polígonos en la construcción de polígonos regulares.	En este grado los estudiantes seguirán desarrollando su razonamiento deductivo al explorar propiedades de los polígonos. Este aprendizaje esperado incluye los siguientes contenidos respecto de los polígonos: número de diagonales que pueden trazar desde un vértice, número de diagonales en total y suma de sus ángulos interiores. Para los polígonos regulares explorarán, además, las medidas de sus ángulos interior, exterior y central y las relaciones entre ellos. También resolverán problemas de construcción con instrumentos geométricos de polígonos regulares a partir de diferentes datos. Es un error muy común que los estudiantes construyan ideas erróneas acerca de lo que son las diagonales, por ejemplo, que piensen que deben estar inclinadas, o que deben dividir a la figura en dos partes iguales o que siempre están dentro de la figura. Si es el caso, es necesario que al trabajar las diagonales se presenten una variedad de actividades para que los alumnos no construyan estas ideas erróneas. Una práctica muy común para enumerar las diagonales que se pueden trazar desde un vértice en un polígono de ***n*** lados, es encontrar un patrón: trazan las diagonales en un polígono de 3, 4, 5, 6,… lados y las cuentan, a partir del análisis de los resultados se concluye que el número de diagonales desde un vértice es igual al número de lados del polígono menos tres (n -3). Llegar a la respuesta analizando un patrón no garantiza la veracidad de la respuesta, ni constituye una prueba porque se generalizó a partir de casos particulares. Lo valioso de esta exploración es que permite hacer una hipótesis o conjetura que tendrán que validar con argumentos para cualquier polígono y no sólo para los que se analizaron. Se espera que los alumnos construyan argumentos deductivos como: *Si una diagonal une dos vértices no consecutivos de un polígono, entonces, para calcular cuántas diagonales se pueden trazar desde un vértice hay que restar 3 al número de vértices. Se restan 3 porque uno es el vértice desde donde se trazan las diagonales y los otros dos son los vértices consecutivos*. Las actividades de copia o construcción de polígonos se pueden plantear de diferentes maneras: dar algunas medidas de un polígono y pedir que lo tracen, dar un polígono y trazado y para que lo reproduzcan al mismo tamaño o a cierta escala, dar las indicaciones para que la construya, pedir que escriba las indicaciones para que otro la construya. Un proyecto que puede detonar o cerrar el estudio de los polígonos es el análisis de la construcción de mosaicos (teselados) usando polígonos regulares e irregulares. Se sugiere trabajar con los software de geometría dinámica como el Geogebra y actividades en LOGO.	

<table>
<tr><th>EJE</th><th>TEMA</th><th>APRENDIZAJE ESPERADO</th><th>ORIENTACIONES DIDÁCTICAS</th><th>ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN</th></tr>
<tr><td rowspan="3">FORMA, ESPACIO Y MEDIDA</td><td rowspan="3">Magnitudes y medidas</td><td>Resuelve problemas que implican conversiones en múltiplos y submúltiplos del metro, litro, kilogramo y de unidades del sistema inglés (yarda, pulgada, galón, onza y libra).</td><td rowspan="3">En primaria los alumnos estudiaron algunas unidades de longitud, capacidad, peso y tiempo. Ahora se trata de que agrupen las unidades con las que miden cada magnitud en un mismo sistema, el Sistema Internacional de Medidas, y que dominen maneras eficientes y rápidas para hacer conversiones de unidades. En el contenido se incluye también el estudio del Sistema Inglés debido a su uso extraescolar frecuente. Para una magnitud, se pueden hacer conversiones entre distintas unidades del mismo sistema (de kilómetros a centímetros) o entre unidades de distintos sistemas (de pulgadas a centímetros). Los alumnos han estudiado algunas unidades del Sistema Internacional de medidas, en cambio, han tenido poca experiencia con las unidades del sistema inglés. Por eso, es importante que al inicio los alumnos resuelvan situaciones en las que tengan que averiguar cuántas veces cabe un pie en un metro, un centímetro en una pulgada o un litro en un galón.
En primer grado trabajaron las fórmulas para calcular el área de algunos cuadriláteros y el triángulo. Ahora adaptarán el uso de fórmulas para calcular el área de polígonos, entre ellos los regulares, y aprenderán a determinar el área del círculo. Los alumnos pueden resolver problemas de áreas descomponiendo la figura en otras cuya área ya saben calcular, después las actividades se pueden centrar únicamente en polígonos regulares, dejando al principio que los alumnos usen la misma técnica.

Para llegar a la fórmula, si los alumnos no proponen la descomposición en triángulos iguales trazados a partir del centro del polígono regular, como se muestra en la última figura, el maestro puede sugerirlo. A partir de esa descomposición se puede determinar la fórmula para calcular el área de polígonos regulares. El cálculo del área del círculo se puede determinar si el círculo se circunscribe a un polígono regular, entonces, a medida que se hace crecer el número de lados del polígono, el área del polígono se acerca más a la del círculo, el apotema al radio y el perímetro del polígono al perímetro del círculo.
En sexto grado los alumnos tuvieron un primer acercamiento a la noción de volumen contando el número de cubos o paralelepípedos necesarios para rellenarlos. En primero de secundaria construyeron las fórmulas para prismas rectos cuya base es un triángulo o un cuadrilátero de los que estudiaron. En este grado resolverán problemas que impliquen el cálculo del volumen de prismas rectos cuya base sea un polígono regular y</td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>Calcula el perímetro y área de polígonos regulares y del círculo a partir de diferentes datos.</td></tr>
<tr><td>Calcula el volumen de primas y cilindros rectos.</td></tr>
</table>

EJE	TEMA	APRENDIZAJE ESPERADO	ORIENTACIONES DIDÁCTICAS	ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN
FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	**Magnitudes y medidas**		también el volumen del cilindro. Se espera que los alumnos generalicen la fórmula que aprendieron en primero de secundaria para los prismas que están estudiando en este grado y para el cilindro considerarlo como un prisma con base circular. El trabajo con este contenido no se debe limitar a calcular volúmenes dadas las dimensiones de los prismas o cilindros, también se debe calcular alguna dimensión dados el volumen y las otras dimensiones. Es importante continuar con el estudio iniciado en primer grado acerca de la relación entre el decímetro cúbico y el litro, con el propósito de resolver problemas que impliquen esta relación (cisternas, tinacos, albercas, envases, latas, etc.) Como en otras magnitudes, conviene que los alumnos primero hagan estimaciones y luego las comprueben. Se sugiere usar una hoja de cálculo para sistematizar conversiones de unidades.	
ANÁLISIS DE DATOS	**Estadística**	Recolecta, registra y lee datos en histogramas y polígonos de frecuencia. Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana), el rango y la desviación media de un conjunto de datos y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión.	En grados anteriores ya se han llevado a cabo experimentos aleatorios y se ha discutido la importancia de la recolección y del registro de los datos. En este grado se usa esta información para crear e interpretar datos en distintas representaciones. *Histogramas* A partir de un experimento estadístico en el que los alumnos recaban datos, por ejemplo, de la altura de los alumnos de su escuela, se puede registrar los datos en una tabla de frecuencias en la que, en lugar de considerar cada altura encontrada, pues serían muchas, es posible agruparlas en un intervalo, por ejemplo, los alumnos que miden entre 1.30m y 1.40m sería un intervalo en el que se cuenta la frecuencia de alumnos que miden 1.30m o más y menos que 1.40m, entre 1.40 y 1.50m, entre 1.50m y 1.60m, entre 1.60m y 1.70m. ¿Cuál es el ancho de cada intervalo? ¿Son todos los intervalos del mismo ancho? ¿Qué altura corresponde al centro de la tabla? ¿Es posible observar un patrón en las frecuencias de la tabla? Es importante señalar a los alumnos que los intervalos deben ser todos del mismo tamaño. Con la tabla se puede construir un histograma. Para ello se puede pedir a los alumnos que sobre sobre el eje horizontal de un plano cartesiano, dibujen una escala que contenga los números obtenidos en el experimento y que dibujen en él cada uno de los intervalos centrado en el punto medio del intervalo, en este caso en 1.35, 1.45, etc. El eje vertical corresponde a la frecuencia de los distintos intervalos de altura. En él los alumnos deben construir una escala que contenga todas las frecuencias de la tabla. Después pueden dibujar las barras cuya base es el ancho de cada intervalo y cuya altura es la frecuencia correspondiente a cada intervalo.	

EJE	TEMA	APRENDIZAJE ESPERADO	ORIENTACIONES DIDÁCTICAS	ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN
ANÁLISIS DE DATOS	**Estadística**		Una vez construido el histograma se pueden hacer preguntas de interpretación de la información, como ¿cuál es la diferencia entre esta gráfica y las gráficas de barras que han estudiado anteriormente? ¿Por qué las barras del histograma están pegadas unas a otras? ¿Cuál es su diferencia y semejanza con las gráficas de barras? ¿Cuál es la altura que queda en el centro de los datos? Al igual que en otros grados, es posible utilizar también datos o histogramas que aparecen en los medios y añadir actividades en las que los alumnos analicen la forma del histograma. *Polígono de frecuencias* Otra representación útil de los datos en una tabla de frecuencias es el polígono de frecuencias. En el eje horizontal del plano cartesiano se representan los datos, generalmente en términos de intervalos, como se describió en el caso de los histogramas. En el eje vertical se representan las frecuencias encontradas para cada intervalo. En lugar de representar las frecuencias en cada intervalo mediante barras, en el polígono de frecuencias se representan con un punto. Una vez que se han representado todos los puntos que representan los datos de la tabla, los puntos se unen mediante segmentos de recta. El tipo de actividades a realizar es semejante al que se describió en los histogramas. Este tipo de representación es conveniente para dos o más conjuntos de datos. Un ejemplo de actividad, después de que los alumnos construyan polígonos de frecuencias a partir de datos de sus propios experimentos, consiste en presentar a los alumnos gráficas en las que deban interpretar la información que se presenta. En la gráfica que se muestra a continuación se muestra la cantidad de compradores de distintas edades de un producto. Se puede preguntar a los alumnos, por ejemplo ¿Cuántos productos compra una persona de 16 años? ¿Qué edad tienen las personas que compran una mayor cantidad del producto? ¿Es la gráfica simétrica o está sesgada? Es importante notar que los histogramas y los polígonos de frecuencia pueden usarse para representar los mismos datos y proporcionan la misma información. Incluso, en ocasiones, se dibuja el polígono de frecuencias sobre el histograma para hacer más clara la información. *Las medidas de tendencia central, el rango y la desviación media de un conjunto de datos* En los grados anteriores, los alumnos han discutido la importancia de la recolección y registro de los datos. Han tenido, además, oportunidades de usar las medidas de tendencia central y de discutir cuál de ellas es más conveniente para representar a los datos en experimentos específicos.	

EJE	TEMA	APRENDIZAJE ESPERADO	ORIENTACIONES DIDÁCTICAS	ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN
ANÁLISIS DE DATOS	**Estadística**		También han trabajado con el rango de distintos conjuntos de datos y lo han usado en relación a la dispersión de los datos. En este grado se añade a esta discusión el concepto de desviación media de un conjunto de datos como la diferencia de un valor a la media y su relación con la dispersión de los datos Es deseable partir de un experimento hecho por los propios alumnos en el que recolecten información en forma de datos numéricos y la registren en una tabla. Se puede pedir a los alumnos que calculen la media, la mediana y la moda y que decidan cuál es la que más conviene en ese caso y por qué. Posteriormente, dado ese conjunto de datos numéricos, u otros obtenidos de otras fuentes, se les puede pedir, además de los anterior, calcular el rango del conjunto que se define como la diferencia entre el valor más grande y el valor más pequeño del conjunto. El rengo es una medida que indica la distancia más pequeña dentro de la cual se encuentran todos los datos. Sin embargo, dicha medida no da cuenta de lo que pasa con los puntos interiores que no son extremos. Por ejemplo, dados los siguientes datos ¿En cuál de los siguientes conjuntos hay más dispersión?: A: 1, 3, 5, 7,9 B:1, 4, 5, 6, 9 Es conveniente pedir a los alumnos que calcule el rango y que los representen en una recta numérica mediante un punto en cada dato y preguntar qué observan. Es muy probable que en esa discusión los alumnos señalen que ambos tienen el mismo rango, pero que los datos interiores del conjunto B están menos alejados unos de otros que los del conjunto A. El maestro puede hacer notar que aun cuando el rango es el mismo, la dispersión del conjunto de datos no lo es, puesto que es claro que los datos del conjunto B están menos dispersos que los del conjunto A.   Esta discusión puede hacer surgir la necesidad de encontrar una mejor medida de la dispersión de los datos. El maestro puede pedir a los alumnos que calculen la media de cada conjunto, que es la misma para cada conjunto (5) y, una vez obtenida, hacer notar que la distancia de cada dato a la media es diferente para cada conjunto; en el primero hay distancias más grandes que en el segundo. Como puede leerse en las siguientes tablas:	

EJE	TEMA	APRENDIZAJE ESPERADO	ORIENTACIONES DIDÁCTICAS	ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN
ANÁLISIS DE DATOS	Estadística			

Valor	1	3	5	7	9
Distancia a la media	4	2	0	2	4

Valor	1	4	5	6	9
Distancia a la media	4	1	0	1	4

El maestro puede luego pedir a los alumnos que calculen el promedio de las distancias de cada dato a su media. En el primer caso se obtiene $\frac{12}{5} = 2.4$, mientras que en el segundo se obtiene $\frac{10}{5} = 2$. Comparando estas medidas se puede concluir que esta medida a la que llamamos desviación media (DM) de un conjunto de datos es una mejor medida de la dispersión de los datos. Se puede en este momento introducir la definición de desviación media:

La desviación media (DM) de un conjunto de datos es el promedio de las distancias de cada punto a su media.

Para familiarizarse con este concepto conviene mostrar el uso de la desviación media en la teoría de errores. En general, cuando se sacan varias medidas de un mismo objeto se obtienen diferentes valores, pues siempre se presentan errores en las medidas. Si el error de una medida es pequeño se dice que la medida es precisa, en caso de que sea muy grande es imprecisa. La precisión de un instrumento, o un método de medida, se relaciona con la desviación media de las diferentes medidas que se obtienen cuando se trata de medir un mismo objeto. Se puede introducir aquí actividades como la siguiente que considera una situación en la que se trata de medir el largo de un poste en la que los alumnos organizados en equipos miden el poste utilizando dos distintos métodos el de sombras y la aplicación de propiedades geométricas. Supongamos que al hacerlo se obtienen las siguientes medidas en metros:

4.25 4.39 4.41 4.43 4.55 4.71 4.78 4.48

Los alumnos han estudiado en otros grados que la mejor estimación al valor real del poste es la media aritmética: $\bar{x} = 4.5$. Para obtener una medida de la precisión del método utilizado se les pide obtener la desviación media de tales medidas. Para ello se calculan las distancias a la media; la segunda fila de la siguiente lista representa dichas distancias y con ellas la desviación media:

4.25	4.39	4041	4.43	4.55	4.71	7.78	4.48
0.25	0.11	0.09	0.07	0.05	0.21	0.28	0.02

<table>
<tr><th>EJE</th><th>TEMA</th><th>APRENDIZAJE ESPERADO</th><th>ORIENTACIONES DIDÁCTICAS</th><th>ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN</th></tr>
<tr><td>ANÁLISIS DE DATOS</td><td>Estadística</td><td></td><td>
Con estos datos resulta que $DM = 0.13$. Posteriormente el maestro puede pedir a 5 equipos de alumnos que midan el mismo poste, pero utilizando un método apoyado por un teodolito y que calculen la desviación media. Las medidas que obtienen con este método son:
4.55 4.52 4.62 4.45 4.41
De esta manera es posible reconocer que este método es más preciso porque su desviación media es más pequeña y, además, se puede dar una medida de qué tanto mejora la precisión al comparar las desviaciones medias de cada conjunto. El uso de estos experimentos y de otros problemas como el siguiente:
En una empresa se empacan alimentos primero en un paquete y luego 10 paquetes en una caja. El gerente desea saber si una caja que eligió al azar cumple con las normas; éstas establecen que la desviación media de los pesos de cada paquete no debe exceder los 13 gramos. Los pesos de los paquetes de las cajas son (en gramos): 485 505 492 515 509 504 487 493 518 492 ¿Cumple la caja con las normas?
Conviene, en este caso discutir ¿Cuál es el propósito de que en la norma se pida que la desviación media no exceda cierta cantidad? ¿En qué sentido esto asegura un beneficio para el consumidor? para que el problema no se formule sólo como un problema de cálculo, sino que se comente acerca del sentido de hacer los cálculos para responder preguntas de interés.
Uso de TIC:
Hoja de datos para dibujar histogramas y polígonos de frecuencias
Se sugiere usar Excel u otra hoja de datos para construir histogramas y polígonos de frecuencias a partir de tablas.
Calcular desviación media
En el siguiente sitio se encuentra un interactivo que presenta ejercicios en los que se calcula la desviación media de un conjunto de datos.
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/estadistica_1_ciclo/esta11_aut.htm
</td><td></td></tr>
</table>

EJE	TEMA	APRENDIZAJE ESPERADO	ORIENTACIONES DIDÁCTICAS	ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN
ANÁLISIS DE DATOS	**Probabilidad**	Determina la probabilidad teórica de un evento en un experimento aleatorio.	Continuando con el trabajo realizado en el grado anterior, se introduce aquí la noción de probabilidad teórica de un evento en un experimento aleatorio. En 7º grado se introdujo la noción de probabilidad frecuencial, en este grado es importante destacar la diferencia entre la probabilidad teórica o clásica y la probabilidad frecuencial. Para ello es conveniente hacer preguntas a los estudiantes cuya respuesta no requiere de hacer algún experimento, por ejemplo ¿Cuál es la probabilidad de obtener un águila al lanzar una moneda? o ¿Cuál es la probabilidad de sacar un 2 de trébol si se saca aleatoriamente una carta del juego de cartas? Si los alumnos no pueden responder estas preguntas convendría discutir con ellos la pregunta ¿Qué esperan que pase cuando un experimento se repite muchísimas veces? Esta discusión debe conducir a introducir la definición de probabilidad de un evento: Si se supone que todos los resultados tienen la misma posibilidad de ocurrir, la probabilidad clásica o teórica se define como *P(x) = Número de eventos favorables/ número total de eventos* y discutir las experiencias antes mencionadas. Posteriormente, se puede discutir con los alumnos cuál sería el significado de la probabilidad experimental, para llevarlos a concluir que la probabilidad clásica es la que indica la posibilidad de que ocurra un evento en teoría, la que se espera obtener, mientras que la probabilidad experimental depende de los resultados de un experimento y se calcula como *P(x) = Número de eventos favorables en el experimento/ número total de intentos.* Por ejemplo, en el cálculo de la probabilidad frecuencial de que salga un 3 al tirar un dado 4 veces, habría que dividir entre 4 y no entre 6. En este punto es necesario llevar a cabo algunos experimentos con los alumnos, por ejemplo, lanzar una moneda cinco veces, pedirles que registren cuántas veces cayó con el águila hacia arriba y preguntarles ¿Cuál es la probabilidad de que este evento ocurra? Es importante hacer más experimentos en los que los alumnos calculen la probabilidad frecuencial y la comparen con la clásica en distintos contextos. Por ejemplo, se puede pedir que predigan la probabilidad de que salga 3 veces un 6 y después que lleven a cabo en equipos el experimento, registren los datos y calculen la probabilidad en términos frecuenciales. Después, se puede pedir a los alumnos que junten todos los resultados de los equipos y que calculen la probabilidad frecuencial. De esta manera notarán que, cuando se cuenta con más datos, la probabilidad frecuencial se acerca a la clásica.	

EJE	TEMA	APRENDIZAJE ESPERADO	ORIENTACIONES DIDÁCTICAS	ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN
ANÁLISIS DE DATOS	**Probabilidad**		**Uso de TIC:* *Simulación* Con apoyo de la tecnología los estudiantes pueden simular situaciones reales y obtener datos de fenómenos donde interviene el azar, como en: *http://arquimedes.matem.unam.mx/Vinculos/Secundaria/3_tercero/3_Matematicas/INTERACTIVOS/3m_b02_t06_s01_descartes/index.html* Una alternativa al recurso anterior son las actividades “Simulación con el modelo de urna (1)” y “Simulación con el modelo de urna (2)” (en Matemáticas con la Hoja electrónica de cálculo EMAT, México, SEP, 2000, pp. 131-132 y 133. Para realizar estas actividades necesitan el archivo ModeUrena.xls.	